

# **Data Analytics Και Ευφυή Συστήματα Πρόβλεψης Δεδομένων Σε Χρονοσειρά. Εφαρμογή Στον Εναρμονισμένο Δείκτη Τιμών Καταναλωτή.**

Τόγιας Παναγιώτης  
ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας  
ptogias@outlook.com

Μαργαρίτης Σωτήρης  
ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας  
sotirismargaritis13@gmail.com

## **Περίληψη**

Στην παρούσα εργασία αναλύονται ιδιότητες χρονοσειρών μηνιαίων τιμών του Εναρμονισμένου Δείκτη Τιμών Καταναλωτή (ενΔΤΚ), σε περίοδο με έναρξη τον Ιανουάριο του 1996 και τέλος τον Ιανουάριο του 2016, εφαρμόζοντας σύγκριση δύο Ευφυών Συστημάτων Πρόβλεψης, των Αυτοπαλινδρομικών Μοντέλων Κινητού Μέσου Όρου (ARIMA) και των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων Αυτοπαλινδρόμησης (NNAR). Σκοπός είναι η διερεύνηση της ακρίβειας των μακροχρόνιων προβλέψεων των δύο μοντέλων, μέσω σύγκρισης των σφαλμάτων Root Mean Squared Error (RMSE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE) και Mean Absolute Scaled Error (MASE) σε σύνολο δοκιμής από τον Ιανουάριο του 2013 έως και τον Ιανουάριο του 2016. Τα αποτελέσματα, παρουσίασαν ότι η μέθοδος ARIMA είναι πιο ακριβής από την μέθοδο NNAR καθώς εμφάνισε μικρότερες τιμές σφαλμάτων στις προβλέψεις της περίπτωσης της οποίας εξετάσαμε.

Data analytics, time series, ARIMA, NNAR, error measurement

## **1. Εισαγωγή**

Ο Εναρμονισμένος Δείκτης Τιμών Καταναλωτή (ενΔΤΚ), στην Ελλάδα, καταρτίζεται από την Ελληνική Στατιστική Αρχή, παράλληλα με τον εθνικό Δείκτη Τιμών Καταναλωτή από τον Ιανουάριο του 1996. Σε Ευρωπαϊκό επίπεδο, οι ενΔΤΚ, καταρτίζονται από τα Κράτη – Μέλη της Ε.Ε. σύμφωνα με Κοινοτικούς Κανονισμούς, με σκοπό να παρέχουν συγκρίσιμα στοιχεία για την εκτίμηση του κριτηρίου σύγκλισης της σταθερότητας των τιμών στο πλαίσιο των υποχρεώσεων των Χωρών, όσον αφορά την εισοδό τους στην Οικονομική και Νομισματική ένωση (ΟΝΕ). Οι συντελεστές στάθμισης των ενΔΤΚ υπολογίζονται βάσει των καταναλωτικών δαπανών, που πραγματοποιούνται στην οικονομική επικράτεια, κάθε Κράτους – Μέλους, ανεξάρτητα από ποιους γίνονται. Συνεπώς, στις δαπάνες για τον υπολογισμό των συντελεστών συμπεριλαμβάνονται οι δαπάνες των ιδιωτικών νοικοκυριών, οι δαπάνες των ατόμων που διαμένουν σε ίδρυμα, ενώ εξαιρούνται οι δαπάνες των μόνιμων κατοίκων, όταν βρίσκονται στο εξωτερικό. Οι πηγές προέλευσης των δαπανών αυτών είναι οι Εθνικοί Λογαριασμοί και η Έρευνα Οικογενειακών Προϋπολογισμών [7].

Στην Ελλάδα, στατιστικές αναλύσεις σχετικά με τον ενΔΚΤ, παρέχονται από την ΕΛΣΤΑΤ και παρουσιάζουν τις διακυμάνσεις των τιμών του Δείκτη ανά μήνα και έτη. Η εργασία αυτή αποσκοπεί στη σύγκριση των αποτελεσμάτων προβλέψεων δύο μοντέλων: του μοντέλου ARIMA και των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων Αυτοπαλινδρόμησης (NNAR). Το μοντέλο ARIMA είναι κατάλληλο για χρονοσειρές οι οποίες είναι μη στάσιμες, δηλαδή μπορεί να έχουν τάσεις, περιοδικότητα και εποχικότητα. Το μοντέλο NNAR είναι μια σχετικά νέα μέθοδος η οποία χρησιμοποιεί περισσότερη υπολογιστική ισχύ και γενικά αποδίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα προβλέψεων όσον αφορά το δείγμα μετά από σωστή ρύθμιση των παραμέτρων

της. Σε κάθε περίπτωση μοντελοποίησης, είναι σωστό να υπάρχει γνώση και εφαρμογή των αντίστοιχων διαθέσιμων παραμετροποιήσεων, με σκοπό να εξάγεται έγκυρο και ποιοτικό αποτέλεσμα μέσα από την ρύθμιση του μοντέλου.

Το αντικείμενο αυτής της εργασίας είναι η εφαρμογή και σύγκριση της αποτελεσματικότητας μοντέλων πρόβλεψης χρονοσειρών, με μηνιαίες τιμές, βάση των τελικών σφαλμάτων που παρουσίασαν στον Εναρμονισμένο Δείκτη Τιμών Καταναλωτή πάνω σε σύνολο εκπαίδευσης το οποίο κυμαίνεται από τον Ιανουάριο του 1996 έως και τον Ιανουάριο του 2016. Για την δημιουργία μοντέλων χρονοσειρών, ορίζουμε σύνολο εκπαίδευσης τις τιμές από τον Ιανουάριο του 1996 έως τον Δεκέμβριο του 2013 και σύνολο δοκιμών, για την αξιολόγηση της πρόβλεψης, από τον Ιανουάριο του 2014 έως και τον Ιανουάριο του 2016.

## 2. Ανάλυση Δεδομένων Χρονοσειρών

Σε κάθε περίπτωση όπου τα δεδομένα κάποιας χρονοσειρά παρουσιάζουν μη στασιμότητα, μπορεί να παρατηρηθεί η τάση, η εποχικότητα και η τυχαιότητά τους. Η τάση είναι το μακροπρόθεσμο μοτίβο μιας χρονοσειράς. Μια τάση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική ανάλογα με το εάν η χρονοσειρά παρουσιάζει ένα αυξανόμενο μακροχρόνια μοτίβο ή μια μείωση αυτού του μοτίβου. Αν μια χρονοσειρά δεν δείχνει μια αύξηση ή μείωση στο μοτίβο, τότε η χρονοσειρά έχει σταθερό μέσο. Εποχικότητα υπάρχει όταν η χρονοσειρά παρουσιάζει τακτικές διακυμάνσεις κατά τη διάρκεια των ίδιων μηνών κάθε χρόνο ή κατά τη διάρκεια του ίδιου τριμήνου κάθε έτους. Η τυχαιότητα περιλαμβάνει τυχαίες διακυμάνσεις μέσα στη χρονοσειρά που δεν είναι μέρος ούτε του εποχικού μοτίβου, ούτε της τάσης [1].

### 2.1. Κατάλοιπα (Residuals) Χρονοσειρών

Στην περίπτωση των χρονοσειρών, τα κατάλοιπα παρουσιάζουν πιο χρήσιμες πληροφορίες μέσα από την Συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης (ACF). Εκεί θα αναδειχθεί εάν υπάρχει αυτοσυσχέτιση καταλοίπων υποδεικνύοντας ότι υπάρχουν δεδομένα τα οποία δεν έχουν ληφθεί υπόψη για τη δημιουργία του μοντέλου.

Τα κατάλοιπα είναι εκτιμήσεις σφαλμάτων που έχουν προκύψει από την αφαίρεση των πραγματικών τιμών της χρονοσειράς από τις αντίστοιχες προβλεπόμενες τιμές αυτής. Οι προβλεπόμενες τιμές έχουν υπολογισθεί από το επιλεγμένο μοντέλο, ενώ οι παραμετροποιήσεις του έχουν εκτιμηθεί από το σύνολο εκπαίδευσης. Η έρευνα καταλοίπων είναι σημαντικό μέρος κάθε διαδικασίας στατιστικής και προγνωστικής μοντελοποίησης καθώς μέσα από αυτή μπορεί κανείς να επαληθεύσει τις υποθέσεις του και να επιβεβαιώσει ότι η επιλογή του μοντέλου είναι η κατάλληλη για τα συγκεκριμένα δεδομένα [5]. Μπορούν να θεωρηθούν ως στοιχεία διακύμανσης τα οποία οφείλονται σε καθαρά τυχαίους παράγοντες [6]. Δεδομένου ότι είναι μια μορφή σφάλματος, τα κατάλοιπα, μπορούν να εισαχθούν στην γενική παραδοχή η οποία ισχύει για αυτά: “Κάποιος αναμένει [τα σφάλματα] να είναι κατά προσέγγιση φυσιολογικά και ανεξάρτητα κατανομημένα με μέσο όρο μηδέν και κάποια σταθερά διακύμανσης” [5].

Στις περισσότερες περιπτώσεις η δομή των καταλοίπων δείχνει τα δεδομένα τα οποία δεν χρησιμοποιήθηκαν για την δημιουργία ενός μοντέλου πράγμα που τα καθιστά έμπιστο οδηγό για τον έλεγχο αποδοτικότητας ενός μοντέλου και εν συνεχεία, της αναβάθμισής του [5], ενώ σε μία γραφική αναπαράστασή τους μπορούν να εντοπιστούν outliers τα οποία είναι άξια εξερεύνησης για τις αντίστοιχες χρονικές τους περιόδους. Η συνάρτηση με την οποία εκφράζονται είναι της μορφής:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (1)$$

### 3. Αυτοπαλινδρομικά Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (ARIMA)

Το μοντέλο ARIMA ήταν πάντα μια από τις πιο δημοφιλείς προσεγγίσεις για πρόβλεψη δεδομένων χρονοσειρών. Στο μοντέλο ARIMA, η εκτιμώμενη αξία μιας μεταβλητής είναι ένας γραμμικός συνδυασμός παλαιότερων τιμών και σφαλμάτων του παρελθόντος. Γενικά, μία μη εποχική χρονοσειρά μπορεί να μοντελοποιηθεί ως συνδυασμός των προηγούμενων τιμών και σφαλμάτων, με την μορφή:  $ARIMA(p, d, q)$ , με γενική συνάρτηση [3]:

$$(1 - \varphi B - \dots - \varphi_P B^P) (1 - B)^d y_t = c + (1 + \theta B + \dots + \theta_q B^q) e_t \quad (2)$$

Όπου  $t$  είναι ο χρονικός ορίζοντας,  $B$  είναι ο τελεστής των προς τα πίσω διαφορών (τελεστής ολίσθησης),  $c$  ο μέσος όρος των μεταβολών μεταξύ διαδοχικών παρατηρήσεων,  $y_t$  μια παρατήρηση σε μία χρονική στιγμή,  $\varphi$  ο όρος για το μη εποχικό μοντέλο AR και  $\theta$  ο όρος για το μη εποχικό μοντέλο MA.

Η μορφή ενός μοντέλου εποχιακών όρων είναι η εξής  $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_m$  όπου αντίστοιχα,  $m$  η εποχικότητα (αριθμός περιόδων ανά εποχή),  $P$  ο αριθμός των εποχιακών αυτοπαλινδρομικών όρων,  $D$  ο αριθμός των εποχιακών διαφορήσεων, και  $Q$  ο αριθμός των εποχιακών αντίστοιχων σφαλμάτων της πρόβλεψης. Η γενική συνάρτηση είναι [2]:

$$(1 - \varphi B) (1 - \Phi B^m) (1 - B) (1 - B^m) y_t = (1 + \theta B)(1 + \Theta B^m) e_t \quad (3)$$

Όπου  $t$ , είναι ο χρονικός ορίζοντας,  $B$  είναι ο τελεστής των προς τα πίσω διαφορών (τελεστής ολίσθησης),  $c$  ο μέσος όρος των μεταβολών μεταξύ διαδοχικών παρατηρήσεων,  $y_t$  μια παρατήρηση σε μία χρονική στιγμή,  $\varphi$  ο όρος για το μη εποχικό μοντέλο AR,  $\theta$  ο όρος για το μη εποχικό μοντέλο MA,  $\Phi$  ο όρος για το εποχικό μοντέλο AR,  $\Theta$  ο όρος για το εποχικό μοντέλο MA

### 4. Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα Αυτοπαλινδρόμησης (NNAR)

Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα επιτρέπουν την μοντελοποίηση σύνθετων μη γραμμικών σχέσεων μεταξύ τιμών εισόδου και εξόδου. Στην περίπτωση των νευρωνικών δικτύων αυτοπαλινδρόμησης, τιμές με υστέρηση κάποιας χρονοσειράς χρησιμοποιούνται ως είσοδο στο μοντέλο και το αποτέλεσμα είναι οι προβλέψεις [4]. Είναι της μορφής:

$$NNAR(p, P, k)_m \quad (4)$$

Όπου  $p$  οι αυτοπαλινδρομικοί όροι μη εποχικής χρονοσειράς,  $P$  οι αυτοπαλινδρομικοί όροι εποχικής χρονοσειράς,  $k$  ο αριθμός των νευρώνων στο κρυφό επίπεδο,  $m$  η συχνότητα η οποία είναι χωρισμένη η χρονοσειρά π.χ.  $m=12$  μήνες.

Στην περίπτωση όπου δεν υπάρχουν κρυφοί νευρώνες, το μοντέλο είναι της μορφής  $NNAR(p, P, 0)_m$  το οποίο με τη σειρά του είναι ανάλογο με ένα μοντέλο SARIMA (Seasonal ARIMA) το οποίο είναι της μορφής  $ARIMA(p, 0, 0)(P, 0, 0)_m$  [4].

Το μοντέλο NNAR ακολουθεί τα πρότυπα ενός δικτύου feed forward, δηλαδή αποτελείται από τα: Επίπεδο Εισόδου, Κρυφό Επίπεδο και Επίπεδο Εξόδου [4]. Στο κρυφό επίπεδο, οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν μαθηματικές συναρτήσεις (συναρτήσεις ενεργοποίησης) οι οποίες τροποποιούν τα δεδομένα εισόδου. Το άθροισμα των γινομένων το οποίο έχει υπολογιστεί από το άθροισμα του συνόλου των τιμών του προηγούμενου επιπέδου επί την ισχύ του σημείου

επικοινωνίας των αντίστοιχων νευρώνων (συναπτικό βάρος), τοποθετείται στην συνάρτηση ενεργοποίησης και αποτελεί την έξοδο του κρυφού νευρώνα και την είσοδο στον επόμενο [2]. Είναι της μορφής:

$$y_k = f\left(\sum_{i=0}^N x_{ki}w_{ki}\right) \quad (5)$$

Όπου  $k$ , ο αντίστοιχος νευρώνας και  $y_k$  η έξοδος του,  $x_{ki}$  η  $i$ -οστή είσοδος του  $k$  νευρώνα,  $w_{ki}$  το  $i$ -οστό συναπτικό βάρος του  $k$  νευρώνα,  $f$  η συνάρτηση ενεργοποίησης του  $k$  νευρώνα.

## 5. Αποτελέσματα

Η εργασία αυτή συγκρίνει την απόδοση των προβλέψεων από τις τεχνικές ARIMA και NNAR βρίσκοντας, αντίστοιχα, το κατάλληλο μοντέλο και τα σφάλματα που παρουσιάζουν αυτά. Συγκεκριμένα, για την ARIMA χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία της “auto.arima” η οποία επιστρέφει το καλύτερο δυνατό μοντέλο είτε με βάση την τιμή κριτηρίου AIC, AICc ή BIC, των οποίων οι τιμές αναφέρονται στον Πίνακα 1. Στην περίπτωση των Νευρωνικών Δικτύων Αυτοπαλινδρόμησης, χρησιμοποιήθηκαν 10 κρυφοί νευρώνες, καθώς ήταν η περίπτωση με το μικρότερο δυνατό σφάλμα. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, οι τεχνικές προβλέψεων υλοποιήθηκαν για την περίπτωση της σύγκρισης του συνόλου σφαλμάτων για πρόβλεψη ετών 2014, 2015 και Ιανουαρίου 2016.

Η σύγκριση γίνεται μέσω του τελικού συνόλου των: Root Mean Squared Error (RMSE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE) και Mean Absolute Scaled Error (MASE).

$$RMSE = \sqrt{\text{mean}(e_i^2)} \quad (6)$$

Όπου  $e_i$  το σφάλμα της πρόβλεψης: *Πραγματική Τιμή – Προβλεπόμενη Τιμή* ( $y_i - \hat{y}_i$ )

$$MAPE = \text{mean}(|p_i|) \quad (7)$$

Όπου  $p_i$  το ποσοστιαίο σφάλμα της πρόβλεψης:  $100e_i/y_i$

$$MASE = \text{mean}(|q_j|) \quad (8)$$

Όπου  $q_j$  το κανονικοποιημένο σφάλμα:  $\frac{e_j}{\frac{1}{T-m} \sum_{t=m+1}^T |y_t - y_{t-m}|}$  (9)

### Best Criteria Values found

AIC=157.51 AICc=157.57 BIC=164.14

### Error measures ARIMA(0,1,0)(0,1,1)<sub>12</sub>

Data Set	RMSE	MAPE	MASE
Training Set	0.3407904	0.2806783	0.09532105
Testing Set	1.0468741	0.8785305	0.34713071

Πίνακας 1 Τιμές Σφαλμάτων Μεθόδου ARIMA

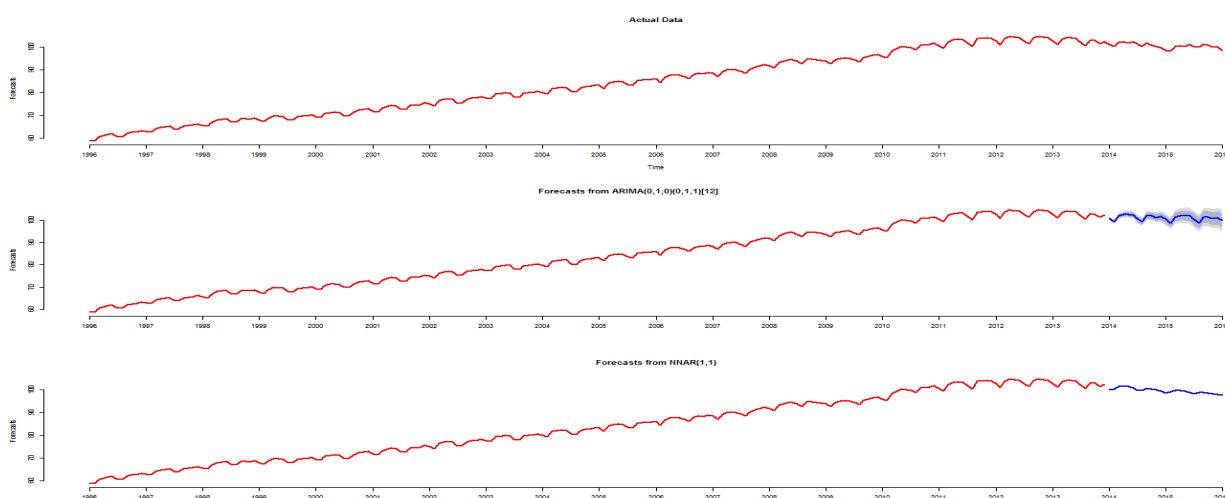
Για τον καθορισμό του κατάλληλου μοντέλου νευρωνικών δικτύων NNAR πρέπει να εξετασθεί ένας αριθμός περιπτώσεων με διαφορετικό αριθμό κόμβων στο κρυφό επίπεδο καθώς και τα σφάλματα που παρουσιάζονται, αντίστοιχα. Οι τιμές των σφαλμάτων έχουν προκύψει με τον υπολογισμό των αντίστοιχων μέσων όρων, μετά από 50 επαναλήψεις του αλγορίθμου, για κάθε κρυφό κόμβο.

Στον Πίνακα 2 παρατηρούμε ότι μικρότερος συνδυασμός σφαλμάτων MAPE και MASE, για το Testing Set, είναι με την χρήση τριών (3) κρυφών νευρώνων ενώ για τα Training Set είναι με την χρήση οκτώ (8) κρυφών νευρώνων. Έτσι, έχουμε και το καλύτερο μοντέλο για την συγκεκριμένη περίπτωση να είναι της μορφής: NNAR(1,1,3)<sub>12</sub>.

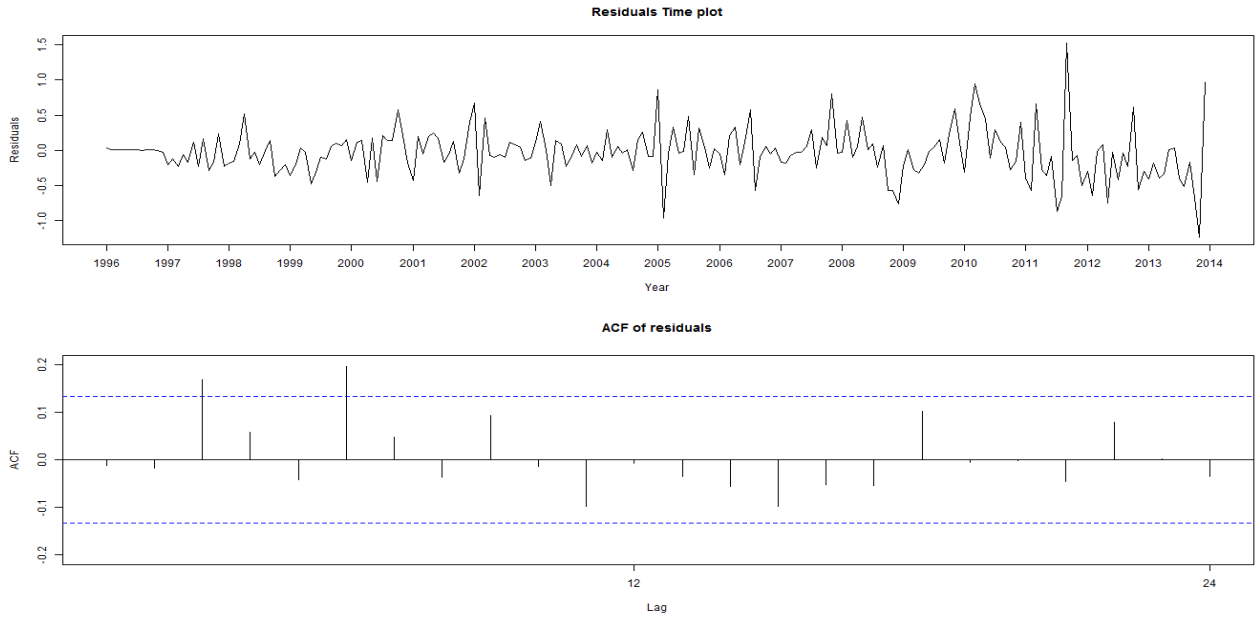
### Error Measures NNAR

k	Data Set	RMSE	MAPE	MASE
1	Training Set	0.7768527	0.690594169	0.236891875
	Testing Set	3.00599534	2.77494184	1.098277757
2	Training Set	0.688254556	0.59643582	0.204643768
	Testing Set	2.787386188	2.532867342	1.00165012
3	Training Set	0.676036826	0.584817081	0.200784051
	Testing Set	2.770719187	2.513089429	0.993746917
4	Training Set	0.668732965	0.574507738	0.197381813
	Testing Set	2.779904428	2.522670969	0.997553892
5	Training Set	0.666173549	0.569946965	0.195910652
	Testing Set	2.799659324	2.543926888	1.006014023
6	Training Set	0.659614644	0.55920128	0.192347376
	Testing Set	2.803955961	2.549659296	1.008318099
7	Training Set	0.657845737	0.554897701	0.190973942
	Testing Set	2.799872615	2.546143516	1.006932543
8	Training Set	0.658261995	0.554068623	0.190786798
	Testing Set	2.797495904	2.543830462	1.006015024
9	Training Set	0.660429268	0.556117801	0.191506318
	Testing Set	2.801039661	2.547816298	1.00760527
10	Training Set	0.662053597	0.558588509	0.192285925
	Testing Set	2.807829927	2.555221918	1.010557816
11	Training Set	0.662284893	0.559231226	0.192460677
	Testing Set	2.809171808	2.556913593	1.011238113
12	Training Set	0.660153192	0.555946279	0.191386479
	Testing Set	2.81241241	2.560410395	1.012630602
13	Training Set	0.660197038	0.555179961	0.191137113
	Testing Set	2.815986814	2.564327762	1.014192323
14	Training Set	0.660157332	0.554601634	0.190995864
	Testing Set	2.810635086	2.558925665	1.012047807
15	Training Set	0.660633191	0.555809308	0.191350302
	Testing Set	2.812013719	2.560300303	1.012593209

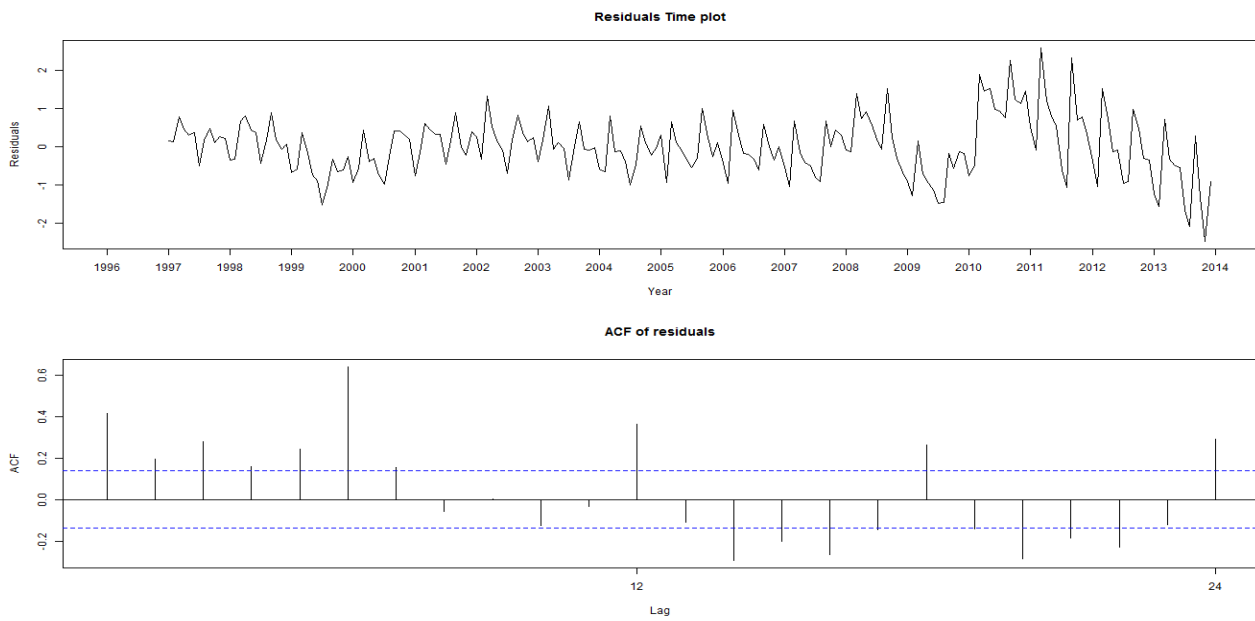
Πίνακας 2 Τιμές Σφαλμάτων Μεθόδου ARIMA



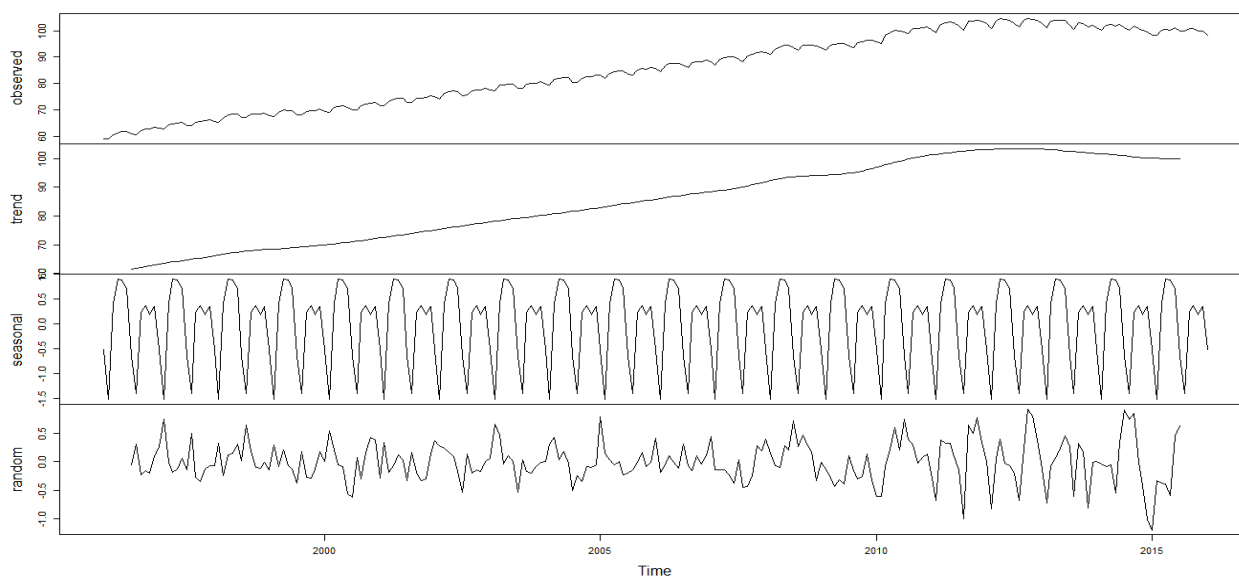
Εικόνα 1 Σύγκριση Πραγματικών Δεδομένων και Προβλέψεων Εναρμονισμένου Δείκτη Τιμών Καταναλωτή για τα έτη 2014, 2015 και Ιανουάριο 2016



**Εικόνα 2 Διαγράμματα Χρόνου και Συνάρτησης Αυτοσυσχέτισης Καταλοίπων Μοντέλου ARIMA**



**Εικόνα 3 Διάγραμματα Χρόνου και Συνάρτησης Αυτοσυσχέτισης Καταλοίπων Μοντέλου NNAR**



**Εικόνα 4 Πραγματικές Τιμές, Τάση, Εποχικότητα και Τυχαιότητα Χρονοσειράς**

## 6. Συμπεράσματα

Τα ευρήματα της ανάλυσης δεδομένων, της εργασίας, παρουσιάζουν ένα αυξανόμενο μοτίβο τάσης των τιμών του εναρμονισμένου δείκτη τιμών καταναλωτή μέχρι το πρώτο εξάμηνο του 2012 ενώ από εκεί και έπειτα υπάρχει μείωση μέχρι και τον Ιανουάριο του 2016. Στοιχείο για την εποχικότητα των δεδομένων είναι οι τακτικές διακυμάνσεις των τιμών ανά εξάμηνο, όλων των διαθέσιμων ετών, πράγμα που υποδεικνύει και την εύκολη πρόβλεψη μελλοντικών τους τιμών.

Η σύγκριση της ακρίβειας των δύο μεθόδων πρόβλεψης αυτοπαλινδρόμησης, κατέδειξε τα Αυτοπαλινδρομικών Μοντέλων Κινητού Μέσου Όρου (ARIMA) εγκυρότερα έχοντας παρουσιάσει μικρότερες τιμές σφαλμάτων στα δεδομένα δοκιμής σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές σφαλμάτων των Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα Αυτοπαλινδρόμησης (NNAR). Συγκεκριμένα, τα ARIMA ήταν ακριβέστερα κατά 65,04% στον δείκτη μέτρησης σφάλματος MAPE, 65,07% στον δείκτη MASE και 62,22% στον Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (RMSE). Ακόμα, είναι άξιο να σημειώσουμε ότι μέσα από την παρούσα εργασία επαληθεύεται ο άτυπος κανόνας των Ευφώνων Συστημάτων Πρόβλεψης ο οποίος χαρακτηρίζει τις “απλές” μεθόδους πιο αποτελεσματικές από τις “σύνθετες” όταν εφαρμόζονται σε χρονοσειρές με σχετικά μικρό χρονολογικό εύρος.

## Βιβλιογραφικές Αναφορές

- [1] Florida Institute for Human and Machine Cognition, (2006). Components of a Time Series.
- [2] Hyndman, R. J. & Athanasopoulos, G., (1997). Forecasting: Applications and Methods. Wiley, New York.
- [3] Singh, A. & Mishra, G. C., (2015). Application Of Box-Jenkins Method And Artificial Neural Network Procedure For Time Series Forecasting Of Prices, STATISTICS IN TRANSITION new series, Spring 2015, Vol. 16, No. 1, pp. 83–96

- [4] Thoplan, R., (2014). Simple v/s Sophisticated Methods of Forecasting for Mauritius Monthly Tourist Arrival Data, International Journal of Statistics and Applications 2014, 4(5), pp. 217-223.
- [5] U.S. National Institute of Standards and Technology, (2013). Data Analysis for Process Modeling, in Engineering Statistics Handbook.
- [6] Ανδρουλάκης , Γ., (2013). Διαμερισμός Χρονολογικών Σειρών Σε Συνιστώσες, Πάτρα.
- [7] Ελληνική Στατιστική Αρχή, (2016). Εναρμονισμένος Δείκτης Τιμών Καταναλωτή, Πειραιάς.